1．用消元法解下列线性方程组：

1）$\begin{cases} x_1+3x_2+5x_3-4x_4=1, \\ x_1+3x_2+2x_3-2x_4+x_5=-1, \\ x_1-2x_2+x_3-x_4-x_5=3, \\ x_1-4x_2+x_3+x_4-x_5=3, \\ x_1+2x_2+x_3-x_4+x_5=-1; \end{cases}$

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。

2） $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \qquad\qquad - 3x_4 + 2x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 - 3x_5 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - 5x_4 + 2x_5 = 7, \\ 9x_1 - 9x_2 + 6x_3 - 16x_4 + 2x_5 = 25; \end{cases}$

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

3） $$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4, \\ \qquad x_2 - x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 3x_2 \qquad + x_4 = 1, \\ \quad -7x_2 + 3x_3 + x_4 = -3; \end{cases}$$

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

4） $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0, \\ 4x_1 + 11x_2 - 13x_3 + 16x_4 = 0, \\ 7x_1 - 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 0; \end{cases}$

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。加群：783072579。加群：783072579。

5） $$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4; \end{cases}$$

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
客服QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

6) $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 = 1, \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

2. 把向量 $\boldsymbol{\beta}$ 表成向量 $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_4$ 的线性组合：

1） $\boldsymbol{\beta} = (1,2,1,1)$, $\quad \boldsymbol{\alpha}_1 = (1,1,1,1)$,

$\boldsymbol{\alpha}_2 = (1,1-1,-1)$, $\quad \boldsymbol{\alpha}_3 = (1,-1,1,-1)$,

$\boldsymbol{\alpha}_4 = (1,-1,-1,1)$;

2） $\boldsymbol{\beta} = (0,0,0,1)$, $\quad \boldsymbol{\alpha}_1 = (1,1,0,1)$,

$\boldsymbol{\alpha}_2 = (2,1,3,1)$, $\quad \boldsymbol{\alpha}_3 = (1,1,0,0)$,

$\boldsymbol{\alpha}_4 = (0,1,-1,-1)$.

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。拉进会员群进行辅导。客服QQ：1374599466。购课联系客服，教师QQ：1374599466。加群：783072579。

3. 证明：如果向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 线性无关，而 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r,\boldsymbol{\beta}$ 线性相关，则向量 $\boldsymbol{\beta}$ 可以由 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 线性表出.

4. $\boldsymbol{\alpha}_i=(a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{in})$，$i=1,2,\cdots,n$. 证明：如果 $|a_{ij}|\neq 0$，那么 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 线性无关.

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。拉进会员群进行辅导。教师QQ：1374599466。购课联系客服，客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

5. 设 $t_1, t_2, \cdots, t_r$ 是互不相同的数，$r \leqslant n$. 证明：$\boldsymbol{\alpha}_i = (1, t_i, \cdots, t_i^{n-1})$ $i = 1, 2, \cdots, r$，是线性无关的.

6. 设 $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，证明：$\boldsymbol{\alpha}_1 + \boldsymbol{\alpha}_2, \boldsymbol{\alpha}_2 + \boldsymbol{\alpha}_3, \boldsymbol{\alpha}_3 + \boldsymbol{\alpha}_1$ 也线性无关.

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
客服QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

7. 已知 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 的秩为 r,证明:$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中任意 r 个线性无关的向量都构成它的一极大线性无关组.

8. 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 的秩为 r,$\boldsymbol{\alpha}_{i_1},\boldsymbol{\alpha}_{i_2},\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{i_r}$ 是 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中的 r 个向量,使得 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中每个向量都可被它们线性表出,证明:$\boldsymbol{\alpha}_{i_1},\boldsymbol{\alpha}_{i_2},\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{i_r}$ 是 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 的一个极大线性无关组.

9. 证明:一个向量组的任何一个线性无关组都可以扩充成一极大线性无关组.

加群: 783072579。加群: 783072579。
教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。
客服QQ: 1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。
加群: 783072579。加群: 783072579。

10. 设 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2,4)$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,3,1,2)$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(3,0,7,14)$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(1,-1,2,0)$，$\boldsymbol{\alpha}_5=(2,1,5,6)$.

1）证明：$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关；

2）把 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 扩充成一极大线性无关组.

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

11. 用消元法求下列向量组的极大线性无关组与秩：

1）$\boldsymbol{\alpha}_1=(6,4,1,-1,2)$，　$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,0,2,3,-4)$，

$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,4,-9,-16,22)$，　$\boldsymbol{\alpha}_4=(7,1,0,-1,3)$；

2）$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2,4)$，　$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,3,1,2)$，

$\boldsymbol{\alpha}_3=(3,0,7,14)$，　$\boldsymbol{\alpha}_4=(1,-1,2,0)$，

$\boldsymbol{\alpha}_5=(2,1,5,6)$.

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

12. 证明:如果向量组(Ⅰ)可以由向量组(Ⅱ)线性表出,那么(Ⅰ)的秩不超过(Ⅱ)的秩.

13. 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 是一组 n 维向量,已知单位向量 $\boldsymbol{\varepsilon}_1,\boldsymbol{\varepsilon}_2,\cdots,\boldsymbol{\varepsilon}_n$ 可被它们线性表出,证明:$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 线性无关.

加群: 783072579。加群: 783072579。教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。客服QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。加群: 783072579。

14. 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 是一组 n 维向量,证明:$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 线性无关的充分必要条件是任一 n 维向量都可被它们线性表出.

加群: 783072579。加群: 783072579。教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。拉进会员群进行辅导。购课联系客服,

15. 证明:线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n=b_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots+a_{nn}x_n=b_n \end{cases}$$

对任何 $b_1,b_2,\cdots,b_n$ 都有解的充分必要条件是系数行列式 $|a_{ij}|\neq 0$.

客服QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。加群: 783072579。加群: 783072579。

16. 已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 与 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r,\boldsymbol{\alpha}_{r+1},\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 有相同的秩，证明：$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 与 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r,\boldsymbol{\alpha}_{r+1},\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 等价.

17. 设 $\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3+\cdots+\boldsymbol{\alpha}_r,\boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_3+\cdots+\boldsymbol{\alpha}_r,\cdots,\boldsymbol{\beta}_r=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\cdots+\boldsymbol{\alpha}_{r-1}$，证明：$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_r$ 与 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 有相同的秩.

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。
客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ：1374599466。加群：783072579。

18. 计算下列矩阵的秩：

1） $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$；

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
购课联系客服，拉进会员群进行辅导。

2） $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 4 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & 6 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$；

客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

3） $\begin{pmatrix} 14 & 12 & 6 & 8 & 2 \\ 6 & 104 & 21 & 9 & 17 \\ 7 & 6 & 3 & 4 & 1 \\ 35 & 30 & 15 & 20 & 5 \end{pmatrix}$；

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。拉进会员群进行辅导。购课联系客服，客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

4） $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 14 & 32 \\ 4 & 5 & 6 & 32 & 77 \end{pmatrix}$；

5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
拉进会员群进行辅导。
购课联系客服，
客服QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

19. 讨论 λ, a, b 取什么值时下列方程组有解,并求解:

1) $$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda, \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2; \end{cases}$$

加群: 783072579。加群: 783072579。教师QQ: 1374599466。
教师QQ: 1374599466。购课联系客服, 拉进会员群进行辅导。
客服QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。
教师QQ: 1374599466。加群: 783072579。

2）
$$\begin{cases}(\lambda+3)x_1+x_2+2x_3=\lambda, \\ \lambda x_1+(\lambda-1)x_2+x_3=2\lambda, \\ 3(\lambda+1)x_1+\lambda x_2+(\lambda+3)x_3=3\end{cases}$$

3）
$$\begin{cases}ax_1+x_2+x_3=4, \\ x_1+bx_2+x_3=3, \\ x_1+2bx_2+x_3=4.\end{cases}$$

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。加群：783072579。

20. 求下列齐次线性方程组的一个基础解系并用它表出全部解

1) $$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

2）
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 - 4x_5 = 0, \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 4x_4 - 7x_5 = 0; \end{cases}$$

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

3）$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

4） $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 5x_2 + x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0. \end{cases}$

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

21. 用导出组的基础解系表出第 1 题(1),(4),(6)题中线性方程组的全部解.

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

22. a,b 取什么值时,线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = a, \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 3, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = b \end{cases}$$

有解？在有解的情形,求一般解.

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
教师QQ：1374599466。加群：783072579。

23. 设 $x_1-x_2=a_1, x_2-x_3=a_2, x_3-x_4=a_3, x_4-x_5=a_4, x_5-x_1=a_5$. 证明:这方程组有解的充分必要条件为

$$\sum_{i=1}^{5} a_i=0.$$

在有解的情形,求出它的一般解.

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。教师QQ：1374599466。客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

24. 证明:与基础解系等价的线性无关向量组也是基础解系.

加群: 783072579。加群: 783072579。
教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。
客服QQ: 1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。
加群: 783072579。加群: 783072579。

25. 设齐次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \cdots + a_{sn}x_n = 0 \end{cases}$$

的系数矩阵的秩为 r,证明:方程组的任意 $n-r$ 个线性无关的解都是它的一基础解系.

加群: 783072579。加群: 783072579。教师QQ: 1374599466。拉进会员群进行辅导。教师QQ: 1374599466。购课联系客服,客服QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。加群: 783072579。

26. 证明:如果 $\boldsymbol{\eta}_1,\boldsymbol{\eta}_2,\cdots,\boldsymbol{\eta}_t$ 是一线性方程组的解,那么 $u_1\boldsymbol{\eta}_1+u_2\boldsymbol{\eta}_2+\cdots+u_t\boldsymbol{\eta}_t$(其中 $u_1+u_2+\cdots+u_t=1$)也是一个解.

加群: 783072579。加群: 783072579。
教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。
客服QQ: 1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ: 1374599466。教师QQ: 1374599466。
加群: 783072579。加群: 783072579。

加群：783072579。加群：783072579。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
客服QQ：1374599466。购课联系客服，拉进会员群进行辅导。
教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。
加群：783072579。加群：783072579。

补充题

1. 假设向量 $\boldsymbol{\beta}$ 可以经向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 线性表出，证明：表示法是唯一的充分必要条件是 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 线性无关.

加群：783072579。加群：783072579。 教师QQ：1374599466。 教师QQ：1374599466。 拉进会员群进行辅导。 联系客服，

2. 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_r$ 是一组线性无关的向量，$\boldsymbol{\beta}_i=\sum\limits_{j=1}^{r}a_{ij}\boldsymbol{\alpha}_j,i=1,2,\cdots,r.$ 证明：$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_r$ 线性无关的充分必要条件是

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1r} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{r1} & a_{r2} & \cdots & a_{rr} \end{vmatrix} \neq 0.$$

客服QQ：1374599466。 教师QQ：1374599466。 教师QQ：1374599466。 加群：783072579。加群：783072579。

3. 证明：$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$（其中 $\boldsymbol{\alpha}_1\neq\mathbf{0}$）线性相关的充分必要条件是至少有一 $\boldsymbol{\alpha}_i(1<i\leqslant s)$ 可被 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{i-1}$ 线性表出.

4. 已知两向量组有相同的秩，且其中之一可被另一个线性表出，证明：这两个向量组等价.

加群：783072579。加群：783072579。教师QQ：1374599466。拉进会员群进行辅导。教师QQ：1374599466。购课联系客服。客服QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。教师QQ：1374599466。加群：783072579。

5. 设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 的秩为 r,在其中任取 m 个向量 $\boldsymbol{\alpha}_{i_1},\boldsymbol{\alpha}_{i_2},\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{i_m}$,证明:此向量组的秩 $\geqslant r+m-s$.

加群: 783072579。加群: 783072579。
教师QQ: 1374599466。
拉进会员群进行辅导。
教师QQ: 1374599466。

6. 设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s;\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t;\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s,\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$ 的秩分别为 r_1,r_2,r_3. 证明:

$$\max(r_1,r_2)\leqslant r_3\leqslant r_1+r_2.$$

购课联系客服。
教师QQ: 1374599466。
客服QQ: 1374599466。
教师QQ: 1374599466。
教师QQ: 1374599466。加群: 783072579。

7. 线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = 0, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n-1,1}x_1 + a_{n-1,2}x_2 + \cdots + a_{n-1,n}x_n = 0 \end{cases}$$

的系数矩阵为

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n-1,1} & a_{n-1,2} & \cdots & a_{n-1,n} \end{pmatrix}.$$

设 M_i 是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中划去第 i 列剩下的 $(n-1)\times(n-1)$ 矩阵的行列式. 证明:

1) $(M_1, -M_2, \cdots, (-1)^{n-1}M_n)$ 是方程组的一个解;

2) 如果 $\boldsymbol{A}$ 的秩为 $n-1$, 那么方程组的解全是 $(M_1, -M_2, \cdots, (-1)^{n-1}M_n)$ 的倍数.

加群: 783072579。教师QQ: 1374599466。客服QQ: 1374599466。购课联系客服,拉进会员群进行辅导。