北大理论物理考研真题合集

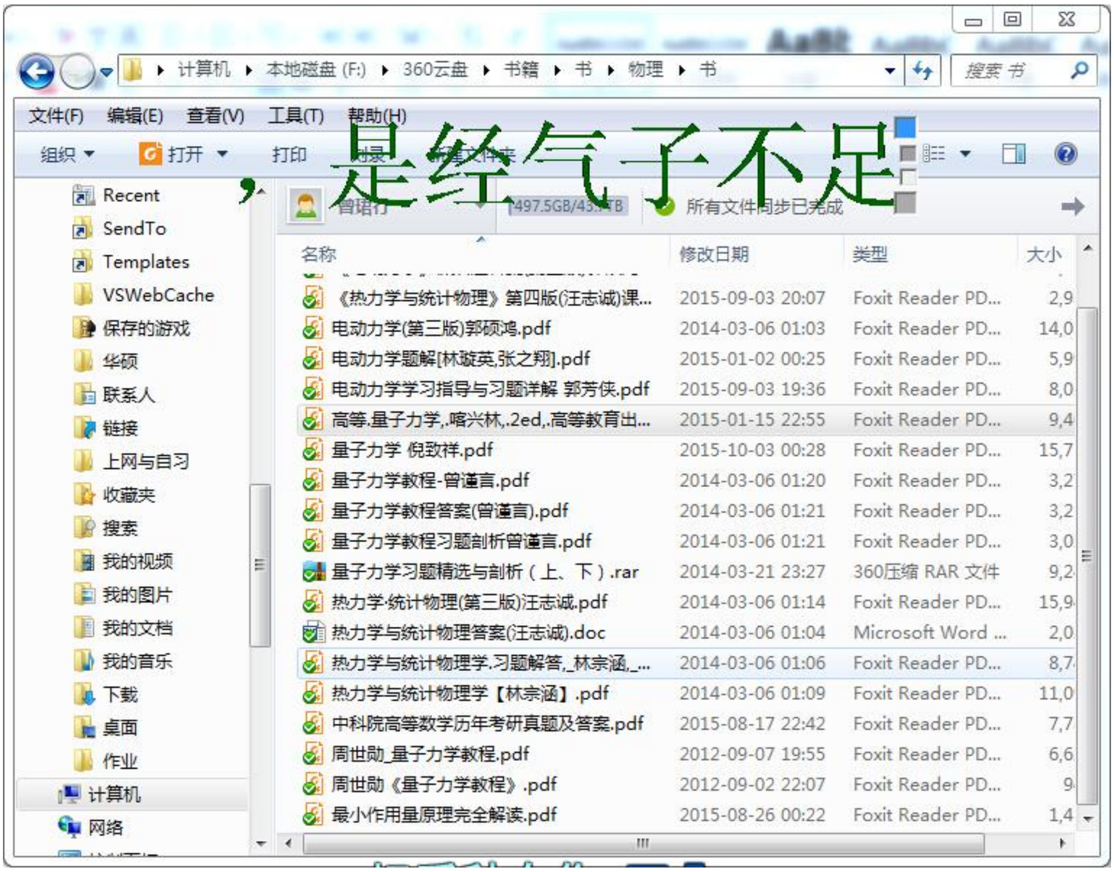
来源：各个论坛，考研群，网络。

收集制作者：曾珺行。

嗯，没错，我就是曾珺行。关于我的一些情况可以参见我的考研经验帖：北大理论物理考研失败经验

欢迎大家到水墨山庄和北大物理考研群来交流讨论物理问题。

下面把书单加上吧。书籍下载（提取码：fae8） 书籍可以选中，书文件夹中的书可以参考我的经验，当然也可以参考其他前辈的成功经验。其他的书也可以看看。自己把握。



真题缺 16 年的，研友回忆出来后我会加上的，见经验帖。

北京大学1999年研究生入学考试：量子力学

January 1, 1999

1. （25分）简要回答以下问题
   (a) 简述“不确定原理”（测不准关系），说明其意义。
   (b) 试述“态的叠加原理”，说明其意义。
   (c) 全同粒子有什么特点？对波函数有什么要求？举例说明之。

2. （10分）已知在$\hat{l}^2$和$\hat{l}_z$的共同表象中，$\hat{l}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，试求其本征值和本征函数，并写出在自身表象中的矩阵表示。

3. （15分）一个原子在z向磁场$\mathbf{B}$中，除了能级的塞曼分裂外，还受到$\Delta\hat{H}_d$的微扰，$\Delta\hat{H}_d = \frac{\mu_B^2}{2e^2a_0}B^2r^2\sin^2\theta(c.g.s)$
   (a) 已知H原子基态，$\Psi(1s) = \sqrt{\frac{1}{\pi a_0^3}}e^{-r/a_0}$，求一级微扰能$\Delta E_d$。
   (b) 估计这项修正的量级（设$B = 10^4$高斯），与塞曼分裂（$\mu_B B$量级）比较。
   (c) 分析这个修正的物理意义。

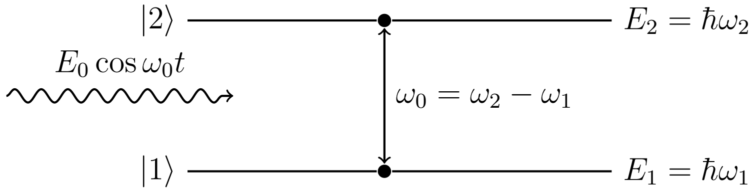
4. （15分）氢原子基态$I^2S_{1/2}$，氢原子核的自旋$I = 1/2$，核自旋与电子相互作用使能级产生超精细分裂。已知超精细相互作用哈密顿量是$\Delta\hat{H} = A\hat{\vec{I}}\cdot\hat{\vec{J}}$，式中$\hat{\vec{I}}$，$\hat{\vec{J}}$分别是核自旋角动量和电子总角动量，$A$是常数
   (a) 用IJF表象求一级微扰能，$\left(\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}\right)$
   (b) 用$I = 1/2$，$J = 1/2$，求基态$I^2S_{1/2}$能级的超精细分裂，并作图表示之。

5. （15分）在一维无限深势阱$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \le x \le a \\ \infty & x < 0, 0 > a \end{cases}$ 中
   (a) 求一个粒子在此势阱中的能量本征值及相应的本征函数。
   (b) 一个粒子开始时处于基态，如突然使势阱宽度扩展为$2a$,问该粒子在扩展后仍处于基态的几率是多少？

6. （20分）一个二能级系统为右图，用圆频率为ω_0的光去照射，引起受激跃迁。体系的波函数为$\Psi = a_1 e^{-i\omega_1 t}|1\rangle + a_2 e^{-i\omega_2 t}|2\rangle$，相互作用的哈密顿量为$\hat{H} = -\vec{\mu}\cdot\vec{E}_0(e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t})$

(a) 用含时间薛定谔方程求t时刻粒子处于$|2\rangle$态的几率，证明$|a_2(t)|^2 = \sin^2 Vt$，$V = \frac{\vec{\mu}_{12}\cdot\vec{E}_0}{2\hbar}$，初条件为$t=0$时，粒子处于$|1\rangle$态。（注：忽略$e^{i2\omega_0 t}$项，又$\vec{\mu}_{12} = \vec{\mu}_{21}$）

(b) 定性分析这个结果的物理意义。



January 16, 2014

北京大学2000年研究生入学考试

考试科目：量子力学

1. （20分）质量为的粒子，在位势

$$V(x)=a\delta(x)+V',(a<0)$$

$$V'=\begin{cases}0 & x<0,\\ V_0 & x>0,\end{cases}\quad (V_0>0)$$

中运动，

(a) 试给出在束缚态的条件，并给出其能量本征值和相应的本征函数。

(b) 给出粒子处于$x>0$区域中的几率。它是大于1/2，还是小于1/2，为什么？

2. （10分）若$|\alpha\rangle$和$|\beta\rangle$是氢原子的定态矢（电子和质子的相互作用为库仑作用，并计及电子的自旋－轨道耦合项）

(a) 给出$|\alpha\rangle$和$|\beta\rangle$态的守恒量完全集；

(b) 若$\langle\beta|\,f(r)\hat{\mathbf{s}}\cdot\vec{r}\,|\alpha\rangle\neq 0$，则$|\alpha\rangle$和$|\beta\rangle$态的哪些量子数可能是不同的，为什么？
（注：$f(r)$是r的非零函数，$\hat{\mathbf{s}}$，$\vec{r}$为电子的自旋和坐标算符。）

3. （16分）三个自旋为1/2的粒子，在(s_{1z},s_{2z})表象中的表示为$\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \beta_1\end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix}\alpha_2\\ \beta_2\end{pmatrix}$，其中，$|\alpha_i|^2$是第$i$个粒子自旋向上的几率。$|\beta_i|^2$是第$i$个粒子自旋向下的几率。

(a) 求哈密顿量

$$\hat{H}=V_0(\sigma_{1x}\sigma_{2y}-\sigma_{1y}\sigma_{2x})$$

的本征值和本征值函数；（V_0为一常数）

(b) $t=0$时，体系处于态$\alpha_1=\beta_2=1$，$\alpha_2=\beta_1=0$，求t时刻发现体系在态$\alpha_1=\beta_2=0$，$\alpha_2=\beta_1=1$的几率。
（注：σ_{ix}，σ_{iy}为第i个粒子泡利算符的x，y分量）

4. （10分）考虑一维谐振子，其哈密顿量

$$\hat{H}=\hbar\omega\left(a^\dagger a+\frac{1}{2}\right)$$

而$[a,a]=[a^\dagger,a^\dagger]=0$，$[a,a^\dagger]=1$。

(a) 若$|0\rangle$是归一化的基态矢（$a\,|0\rangle=0$），则第n个激发态为

$$|n\rangle=N_n(a^\dagger)^n\,|0\rangle$$

求归一化因子N_n；

(b) 若外加一微扰，$\hat{H}'=ga^\dagger a^\dagger aa$，试求第$n$个激发态的能量本征值（准至$g$一级）。

5. （22分）考虑体系$\hat{H} = T + V(x)$，

$$V(x) = \begin{cases} Ax & x > 0 \\ \infty & x < 0 \end{cases} \quad (A > 0)$$

(a) 利用变分法，取试探函数为

$$\Psi_1(x) = \left(\frac{2}{b\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} e^{\frac{-x^2}{2b^2}}$$

求基态能量上限；

(b) 我们知道如试探波函数为

$$\Psi_2(x) = \left(\frac{1}{b\sqrt{\pi}}\right)^{1/2} \frac{2x}{b} e^{\frac{-x^2}{2b^2}}$$

则基态能量上限为$E_2 = \left(\frac{81}{4\pi}\right)^{1/3} \left(\frac{A^2\hbar^2}{m}\right)^{1/3}$，对这两个基态的能量上限，你能接受哪一个？为什么？

January 17, 2014

北京大学2000年研究生入学考试

考试科目：量子力学

1. （28分）请回答下列问题：

   (a) $\hbar=?$

   (b) 设一粒子在球面上运动，它处于状态$Y_{lm}(\theta,\phi)$，计算

      i. 在$(\theta,\theta+d\theta)$区间中测得粒子的几率；

      ii. 在$(\phi,\phi+d\phi)$区间中测得粒子的几率。

   (c) 在有心力场中，粒子处于定态，轨道角动量是否有确定值？

   (d) $[P_x^{-n},x]=?$

   (e) 写出坐标的本征态（本征值为r_0）在角动量表象中的表示及动量的本征态（本征值为P_0）在坐标表象中的表示。

   (f) 若在Schrödinger picture中，$\hat{H}=\omega_0\hat{L}_z$，试给出$(\hat{L}_x)_{Heisenberg}$。

   (g) 设粒子波函数为$\Psi(r,t)$，写出粒子几率守恒的微分表达式。

   (h) 给出跃迁的Golden Rule公式，简单说明式中各个因子的含义。

2. （14分）设有两个质量为m的一维全同粒子，它们之间的相互作用为$\frac{1}{2}a(x_1-x_2)^2(a>0)$。

   (a) 若粒子自旋为0，写出它们的相对运动的基态能量和波函数；

   (b) 若粒子自旋为$\hbar/2$，写出它们的相对运动的基态及第一激发态的能量和波函数。

3. （16分）如粒子处于下列位势中

$$V=\begin{cases}\infty & x\geq a\\ 0 & 0<x<a\\ \infty & x=0\\ 0 & -a<x<0\\ \infty & x\leq -a\end{cases}$$

   求粒子在这位势中的本征值。

4. （16分）假设S_1、S_2为两个自旋是$\hbar/2$的非全同粒子的自旋算符，

   (a) 由非耦合态$\alpha(1)\alpha(2)$，$\alpha(1)\beta(2)$，$\beta(1)\alpha(2)$和$\beta(1)\beta(2)$构成它们的归一化的自旋$S=S_1+S_2$为$S=1$，$M=0$的耦合态；

   (b) 求$(S_{1z}-S_{2z})|SM\rangle=?$

   (c) 如$\hat{H}=A\hat{S}_1\cdot\hat{S}_2+B(S_{1z}-S_{2z})$，求该体系的能量；

   (d) 请给出$A=0,B\neq 0$的归一化的本征态。

5. （13分）假设氢原子的位能项$-\frac{e^2}{r}$被$-\frac{e^2}{r}e^{-\frac{r}{a}}$（$a\ll a_0,a_0$为$Bohr$半径）所取代，试求氢原子的基态能量修正（准确至$a^{-1}$）。

6. （13分）质量为m的粒子在位势$V=\begin{cases}\infty & x<0\\ cx^2 & x>0, c>0\end{cases}$ 中运动，

(a) 试利用变分法估计体系基态能量（试探波函数可取正比于xe^{-ax}，a为变分参量），

(b) 它是精确解的上限还是下限？你能给出精确的基态能量吗？

14. Januar 2014

北京大学2003年研究生入学考试

考试科目：量子力学

1. （每小题6分共30分）
   (a) 写出线性、厄米算符的定义式。
   (b) 证明：厄米算符的平均值必为实数。
   (c) 证明：厄米算符的本征值必为实数。
   (d) 满足什么对易关系式的算符称为角动量算符？
   (e) 证明：如果量子力学中角动量对应的算符不是线性算符，则就不可能存在态叠加原理。
2. （每小题20分，共40分）
   (a) 一个处在一维无限深方势阱中的粒子，试求出其能量本征值的表达式及相应的本征函数。
   (b) 试分析这个粒子可能处在什么态上。
3. （30分）
   已知C_s原子的$I = 7/2$，其基态电子自旋磁矩和核磁矩的相互作用算符为$A\hat{\vec{I}} \cdot \hat{\vec{S}}$，$A$是常数，求$C_s$原子基态能级的$hfs$。

January 14, 2014

北京大学2004年研究生入学考试

考试科目：量子力学

1. （45分）

   (a) 解释态叠加原理、全同性原理和态的统计解释。

   (b) 写出非简并微扰论的一级、二级能量修正公式。

   (c) 在中心立场中，径向波函数$R_{10}(r)$，$R_{40}(r)$，$R_{42}(r)$各有几个零点。

   (d) 什么叫定态？有能量的本征态的线性叠加的态是否是定态？

   (e) 简述并解释黄金规则。

   (f) 解释（正常）塞曼效应和反常塞曼效应。

2. （40分）

   (a) 氢原子和谐振子的束缚态波函数集是否是完备的？

   (b) 在外电磁场$(\phi, \vec{A})$中，求电子在其中的哈密顿量。

   (c) 两个自旋为$\frac{1}{2}$的全同粒子在一维无限深势阱中，试求两粒子处于基态的总自旋波函数。

   (d) $\hat{\sigma}_{\pm} = \hat{\sigma}_x \pm i\hat{\sigma}_y$，求$\hat{\sigma}_{\pm}^2$，$(\hat{\sigma}_+\hat{\sigma}_-)^2$。

   (e) $\hat{L}_{\pm} = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$，求$[\hat{L}_z, \hat{L}_{\pm}]$，$[\hat{L}_+, \hat{L}_-]$，$[\hat{L}^2, \hat{L}_{\pm}]$。

   (f) 在中心立场中，基态的轨道角动量为何值？并做简要解释。

3. （16分）在$(\hat{\vec{S}}^2, \hat{S}_z)$表象中，

   (a) 求$\hat{\vec{S}}^2$、$\hat{S}_z$的共同本征态及其对应的本征函数，

   (b) $\hat{S}_y$、$\hat{S}_y^2$在(a)中所求各态中的平均值。

4. （11分）已知薛定谔方程为：$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \Big[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})\Big]\Psi$，试求动量表象中的薛定谔方程。

5. （16分）已知两个电子均处于自旋单态，$\vec{a}$、$\vec{b}$为空间任意两矢量，求$(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{a})(\vec{\sigma}_1\cdot\vec{b})$在上述单态中的平均值。

6. （11分）已知$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}e^{-\frac{|x|}{a}}$，且有$|x| \to \infty$时，有$V(x) \to 0$，试求势能$V(x)$的具体表示。

7. （11分）已知5个自旋为1，质量为m的全同粒子处于一个平面上的半径为R的一个圆周，并且这5个粒子组成正5边形，5个粒子绕通过圆心的轴线转动而构成转动体系。

   (a) 写出上述体系的哈密顿量，并讨论守恒量有哪些。

   (b) 求出上述体系的本征值和本征函数。

January 14, 2014

北京大学2005年研究生入学考试

考试科目：量子力学

1. （60分）简答题，可直接写出结果。

   (a) 约化普朗克常量$\hbar=$?

   (b) 氢原子、二维谐振子、三维谐振子的简并度分别为?

   (c) 一维谐振子、三维谐振子的第一激发态的节点数分别为?

   (d) 已知$l_\pm=l_x\pm il_y$，求$[l_+,l_-]$，$[l^2,l_\pm]$。

   (e) 求$[\hat{p},\frac{1}{r}]$，$[\hat{p},r^2]$。

   (f) 在x表象中写出本征值为x_0的坐标波函数和动量波函数。

   (g) 在p表象中写出本征值为p_0的坐标波函数和动量波函数。

   (h) 求$\hat{l}_x$、$\hat{l}_y$的共同本征态。

   (i) 在泡利表象中求$e^{i\frac{\pi}{4}\sigma_x}\alpha$，其中$\alpha$是$s_z=\frac{\hbar}{2}$的自旋态。

   (j) 写出三维的粒子的两组守恒量完全集。
   粒子处于势$V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$中，试在动量表象中写出其薛定谔方程。

2. （40分）解答题，可直接写出结果。

   (a) 在自然单位制下，已知相互作用势为$V(x)=\frac{1}{2}(x-a)^2$，能量本征值为$\frac{13}{2}$，在此能量本征态求x、$\hat{p}$、x^2、$\hat{p}^2$的平均值。

   (b) 证明$F-H$定理，即$\frac{\partial E_n}{\partial\lambda}=\overline{\left(\frac{\partial H}{\partial\lambda}\right)_n}$。

   (c) α、β是自旋向上、向下态，有归一化本征函数$\Psi=c_1\alpha+c_2\beta$，求算符$\frac{1}{6}\hat{s}_x^2+\frac{5}{6}\hat{s}_y^2$在态$\Psi$中的平均值。

   (d) 已知波函数$\psi(x)=\begin{cases}\sqrt{\frac{2\pi}{b}}\sin bx & |x|\le\frac{2\pi}{b}\\ 0 & |x|>\frac{2\pi}{b}\end{cases}$，试求动量的本征值及其几率振幅。

   (e) 试在自然单位下求氢原子的$\frac{1}{r}$、$\frac{1}{r^2}$的平均值和径向动能。

3. （10分）在薛定谔表象中，坐标、动量算符用$\hat{x}_s$、$\hat{p}_s$表示，试在海森堡表象中求解坐标、动量算符$\hat{x}_H$、$\hat{p}_H$的表达式，要求用$\hat{x}_s$、$\hat{p}_s$表示。

4. （22分）

   (a) 体系处于$V(x)=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$的第$n$个本征态$\psi_n(x)$中，有两个自旋$s=0$的全同粒子处于上述势中，试求最低的四个能量本征值、本征函数及其简并度。

   (b) 在势场$V(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}m\omega^2x^2 & x\ge0\\ \infty & x>0\end{cases}$中，有两个自旋为$\frac{1}{2}$的全同粒子，试求最低的四个能量本征值、本征函数及其简并度。

5. （18分）

(a) 已知$\hat{l}_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，试求$\hat{l}_x$的矩阵表示及其本征值、本征态。

(b) 在$\hat{l}_y$的本征值为$\frac{\hbar}{2}$的本征态中测量$\hat{l}_x$的可能值及其相应的几率。

January 13, 2014

北京大学2006年研究生入学考试

考试科目：量子力学

1. （60分）判断题

   (a) 厄米算符的本征值一定是实数。

   (b) 某算符平方的平均值一定是正数。

   (c) 不对易的两个算符没有共同本征态。

   (d) 能量守恒的态一定是能量本征态。

   (e) 守恒量的平均值、几率分布不随时间改变。

   (f) 能量本征态的线性叠加仍是定态。

   (g) 一维粒子的定态是不简并的。

   (h) 自由粒子所处的状态一定是平面波。

   (i) 在非定态下，力学量平均值随时间变化。

   (j) 厄米算符满足$\hat{A}^2=1$，则$\hat{A}$的本征值为±1，$\pm i$。

2. （15分）质量为m的粒子处于无限深势阱$V(x)=\begin{cases}0 & (|x|<\frac{a}{2})\\ \infty & (|x|\geq\frac{a}{2})\end{cases}$中，$t=0$时，其处于态$\psi(x,0)=\frac{1}{\sqrt{5}}\phi_1(x)+\frac{2}{\sqrt{5}}\phi_2(x)$。试求：

   (a) 任意时刻的波函数$\psi(x,t)$。

   (b) 任意时刻动量的平均值。

3. 粒子在均匀磁场中运动，$B_x=B_1$，$B_y=B_2$，$B_z=0$。不考虑空间运动。已知$t=0$时，电子处于$s_z=\frac{\hbar}{2}$的态上。试求：

   (a) 在任意时刻t时的波函数$\psi(s_z,t)$。

   (b) 在任意时刻t时$\hat{s_z}$，$\hat{s_y}$的可能值及其几率。

4. 自旋$s=\frac{1}{2}$，并具有磁矩$\vec{M}=\mu_0\hat{\vec{s}}$的粒子处于电磁场$\vec{B}=B\vec{k}$、$\vec{E}=E\vec{\jmath}$中，电场视为微扰，用微扰法计算能量本征值及本征函数。（粒子带电q）

5. 有一空间转子，其哈密顿量为$\hat{H}=\frac{\hat{L}_x^2}{2I_x}+\frac{\hat{L}_y^2}{2I_y}+\frac{\hat{L}_z^2}{2I_z}$，$I_x$、$I_y$、$I_z$均为正实数。

   (a) 当$I_x=I_y\neq I_z$时，求此时$\hat{H}$的本征值、本征函数及其简并度。

   (b) 当$I_z=I_2$、$I_x=I_1+\frac{a}{2}$、$I_y=I_1-\frac{a}{2}$（$a\ll I_1,I_2$），试求第二激发态的能量至二级修正。$\left(\hat{L}_\pm|l,m\rangle=\sqrt{l(l\pm1)-m(m\pm1)}\hbar|l,m\pm1\rangle\right)$

6. 这是一道有关量子珍珠的问题，共6小问，其本质上只是让你求一个两体问题化为独立的质心运动与相对运动的问题。

January 14, 2014

北京大学2007年研究生入学考试

考试科目：量子力学

1. 已知$\phi=\left(\frac{3}{8}\right)^{1/2}Y_{11}(\theta,\phi)+\left(\frac{1}{8}\right)^{1/2}Y_{10}(\theta,\phi)+AY_{1-1}(\theta,\phi),(a>0)$。
   (a) 求L_x和L^2的平均值；
   (b) 求：$\langle\phi|\,L_z\,|\phi\rangle$，$\langle\phi|\,L_-\,|\phi\rangle$。

2. 已知$|+\rangle$，$|-\rangle$表示自旋为的粒子向上、向下的态。现有两个粒子，已知$\psi(0)=\frac{1}{2}\,|{+}{+}\rangle+\frac{1}{2}\,|{+}{-}\rangle+(\frac{1}{2})^{1/2}\,|{-}{-}\rangle$，$H=\omega_1 s_{1z}+\omega_2 s_{2z}$。求：
   (a) t时刻的波函数；
   (b) 求$\langle s_{1z}\rangle$、$\langle s_{2y}\rangle$。

3. 在线性势$V=-qEx$中，$t=0$时$\langle\hat{x}\rangle=x_0$、$\langle\hat{p}_x\rangle=0$。
   (a) 求t时刻$\langle\hat{p}_x\rangle$；
   (b) 求t时刻$\langle\hat{x}\rangle$；
   (c) 将上面的结果与经典结果比较。

4. 一粒子自旋向上、且向右运动，若将$V(x)=-A\delta(x)(\sigma_+ +\sigma_-)$散射。问：散射后的粒子自旋向下的反射占全部反射的几率。

5. 已知$\hat{H}=\frac{p^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega_0^2x^2\left(1+\frac{1}{\cosh^2\lambda}\right)$。$|0|rangle$为基态，$|n\rangle$为第个激发态。求
   (a) 跃迁几率$P_{0\to1}$。
   (b) 当$\lambda\gg\omega_0$时的跃迁几率$P_{0\to2}$。
   (c) $\frac{\lambda}{\omega_0}\to0$时$P_{0\to2}$的结果如何？

January 14, 2014

北京大学2008年研究生入学考试

考试科目：量子力学

1. 简答题

   (a) 分别写出在位置及动量表象下，粒子处于位置x_0或动量p_0时的本征函数。

   (b) $\left[\hat{x}, \frac{1}{\hat{p}_x}\right]$ =?

   (c) 何谓力学量完全集？

   (d) 已知$\psi(x,t)$为自由粒子的波函数，求$\frac{d^2}{dt^2}\int \psi^*(x,t)\hat{x}\psi(x,t)dx =$?

   (e) 在电磁场存在的条件下，写出通量矢$\vec{j}$的表达式；力学量$\hat{x}$，$\hat{p}_x$，$\vec{j}$，$\hat{H}$的平均值是否是规范不变的？

2. 一自由粒子在$t=0$时刻处于波函数$\psi(t=0) = \begin{cases} \sqrt{\frac{b}{2\pi}}\sin bx, & |x| < \frac{2\pi}{b} \\ 0, & |x| \geq \frac{2\pi}{b} \end{cases}$。

   (a) 求在$0 < x < \frac{\pi}{b}$范围内发现粒子的几率。

   (b) 求粒子的动量幅。

   (c) 求粒子在动量$\hbar b$下，在dp_x范围的几率。

3. 取试探波函数为$\psi(r) = Ae^{-\alpha r}$，$(\alpha > 0)$，计算氢原子基态能量上限。

4. 已知一粒子哈密顿量$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 + \hat{H}_1$，其中$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$，$\hat{H}_1 = \lambda\hat{l}_x = \lambda(y\hat{p}_z - z\hat{p}_y)$。

   (a) 求$\hat{H}$的本征值、本征态及简并态。

   (b) 当粒子处于能量$E = \frac{5}{2}\hbar\omega$的态时，由微扰论求能级$E$的一级修正。

5. 已知角动量量子数$l=1$时，角动量的本征函数为：$\begin{cases} Y_{1,\pm1}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{\pm i\varphi} \\ Y_{1,0}(\theta,\varphi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta \end{cases}$

   求$\hat{l}_x$、$\hat{l}_y$的表达式。

6. 某体系的粒子在势场中运动，其哈密顿量为$\hat{H} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} - \lambda\delta(x), (\lambda > 0)$。

   (a) 求体系的所有可能的本征值和本征态。

   (b) 当粒子处于(a)的基态时，受到微扰$V = V_0\hat{x}\cos\omega t$作用，试在一级近似下求粒子跃迁到其他态的几率。

January 13, 2014

09 量子力学

共六题，全是大题。

1.两个非全同粒子在一维谐振子势中的波函数、能级。知道 t=0 时的初态，求 t 时刻处于能量为**的概率。（**表示记不清楚）

2.一维方势阱，0<x<a 处 V(x)=V0，其余地方 V(x)=0.一粒子从 x>a 区域向左射去，求透射的概率。（我是分 E<V0 和 E>V0 两种情况算的）

3.①在 Lz 表象中求 Lx(L=1)的本征值、本征态。②在 Lz=1 的态下求 Lx=0 或 1 的概率。

4.①某势阱，求基态的波函数和能量。②开始处于 E=(1/2)hω，求在 H'作用下，仍处于 E=(5/2)hω的概率。（简并微扰论）

5.一个立方体形状的势场。

6.氢原子在微扰作用 H'=e・z・delta(t)作用下跃迁到各激发态的概率之和。（我用了公式 sigma/k><k/=1）

10 量子力学

一、　（20 分）$V(x)=-V_0\delta(x)$，$V_0>0$。求束缚态能级及其波函数。

二、　（20 分）原子核电荷数为 Z，考虑一个 K 层电子，假定核电荷分布于一点，不考虑其它电子的影响，并且不考虑电子运动的相对论效应，电子折合质量为 m，并利用其它常量，写出电子的结合能公式。

若考虑下列情形，结合能将变大、变小还是不变。

（1）　考虑其它电子对核电荷的屏蔽效应；

（2）　考虑相对论效应；

（3）　考虑原子核分布于有限大区域。

三、（20 分）氢原子基态，求 $\Delta x\cdot\Delta p$。

四、　（30 分）一个三维体系，设基矢为|1>，|2>，|3>，哈密顿量 $H=h\omega_0\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}$，另有力学量 $A=a\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$，$B=b\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，t＝0 时刻，

$|\psi(0)\rangle=\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle+\frac{1}{2}|2\rangle+\frac{1}{2}|3\rangle$。

a)　t＝0 时，H 可能有哪些测值，各自几率是多少；

b)　t＝0 时刻，求<H>，ΔH；

c)　求 t 时刻系统状态；

d)　求 t 时刻，<A>(t)和<B>(t)；

e)　求 t 时刻，A 和 B 的可能测值及其几率。

五、两个全同粒子处于势场 $V(x,y)=\begin{cases}0 & 0<x<L,0<y<L\\ \infty & other-place\end{cases}$ 中，在下列情况求最低的两个能级及相应波函数和简并度。

（1）单粒子自旋为 0；

（2）单粒子自旋为 $\frac{1}{2}$。

（30 分）

六、势场 $V=V_0\exp(-ar)$，在玻恩近似下求散射截面。（30 分）

12量子力学

一． 判断题（错的×，对的画O，要细心审题），8道题，每题3分，共24分

题目记不得了

二． 简答题，好像有9道题，总共41分 尚且记得的有：

1. $r\cdot p$ 是不是厄米算符(r 和 p 都是矢量)？如果不是，如何使其厄米化？

2. $x>0$时，势能 $V(x)=1/2m\omega^2$；$x<0$时，势能 $V(x)=\infty$. 求基态能量以及 x^2的平均值.

3. 分别写出在坐标表象 X 和动量表象 P_X 中坐标为 x_0和动量为 p_0的波函数.

4. 写出宇称算符 P 在(L^2,L_z)表象中的矩阵表示.

5. 有一个光的偏振图，其中有三个通道，入射光子的极化方向不同，让你判断哪几束光可以通过哪个孔.

6. 写出非简并微扰的一级和二级能级修正公式.

7. 求泡利算符 σ_y 的本征值和本征矢.

8. 已知$[a,a^+]=1$，化简 $e^{-\lambda a}a^+e^{\lambda a}$.

三． 大题 （计算题或是证明题）六道

1.已知一个粒子处于(0,a)的无限深方势阱中，其波函数为 $\Psi(x,t)=\sqrt{3}/2\Psi_1(x,0)e^{-iE1t/\hbar}+1/2\Psi_2(x,0)e^{-iE2t/\hbar}$。（16分）

求：

① 时间为 t 时，能量的平均值$\langle E\rangle$;

② 时间为 t 时，能量平方的平均值$\langle E^2\rangle$;

③ 求体系的振荡周期;

④ 求 $\Delta E\Delta t$.

2．已知$[a,a^+]=C$，求算符 a^+a 的可能本征值。（15分）

3．三维各向同性谐振子，能级 $E_N=(N+3/2)\hbar\omega$，求证 $<N_1|aL_x|N_2>=0$，其中 a 为常数。（10分）

4. 两个电子处于自旋单态，σ_1, σ_2分别是它们的泡利算符（σ_1, σ_2都是矢量算符），a, b 是空间中两个任意取向的单位矢量，求$(\sigma_1 \bullet a)(\sigma_2 \bullet b)$的平均值。（14分）

5. 已知一个三阶矩阵 H（具体矩阵元记不得了）。（15分）

① 求 H 的本征值和本征矢；

② 求使 H 对角化的么正矩阵。

6. 一个粒子处于(0,a)的无限深方势阱中，当时间 $t \to -\infty$时处于基态，受微扰 $H'=\delta(x-ct)$作用，求 $t \to +\infty$时处于第一激发态的概率。（15分）

说明：答题一律写在答题纸上，写在此页上无效。

1. (30 分) 考虑一个处于一维无限深方势阱（势阱内部的势能取为零）中的质量为 m 的粒子，其第 n 个定态的波函数为

$$\psi_n(x)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\left(\dfrac{n\pi x}{a}\right), & 0\le x\le a,\\ 0, & \text{其它地方},\end{cases}$$

对应的能量为 E_n。假定粒子处于基态。

(a) 求出基态能量 E_1。处于基态的粒子是否具有确定的动量？证明你的结论。

(b) 求出粒子动量的平均值和动量平方的平均值。

(c) 求出测量粒子的动量结果为 p 的概率密度。

2. (30 分) 考虑两个处于上题的势阱中的粒子，质量均为 m。忽略粒子的自旋和粒子之间的相互作用。如果两个粒子一个处于基态，另一个处于第一激发态，对以下三种情况分别计算总动量 p_1+p_2 的平均值和总动量平方 $(p_1+p_2)^2$ 的平均值：

(a) 两个粒子可分辨；

(b) 两个粒子为全同玻色子；

(c) 两个粒子为全同费米子。

3. (30 分) 考虑自旋为 1/2 的粒子。设 $\hat{s}_x$、$\hat{s}_y$、$\hat{s}_z$ 分别为 x、y、z 方向的自旋角动量算符；在 $\hat{s}_z$ 表象下，它们的矩阵形式分别为

$$\hat{s}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\quad \hat{s}_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\quad \hat{s}_z=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}.$$

(a) 取定 x-z 平面上的向量 $\vec{r}=\vec{x}\sin\theta+\vec{z}\cos\theta$，其中 $\vec{x}$ 和 $\vec{z}$ 分别为 x 方向和 z 方向的单位向量。令 $\hat{s}_r$ 表示 $\vec{r}$ 方向的自旋角动量算符。写出 $\hat{s}_r$ 的矩阵形式并求出其本征值和归一化的本征矢。

(b) 设两个自旋为 1/2 的非全同粒子处于总自旋为零的自旋单态，并用 $\hat{s}_{1z}$ 和 $\hat{s}_{2r}$ 分别表示粒子 1 在 z 方向的自旋角动量算符和粒子 2 在 $\vec{r}$ 方向的自旋角动量算符。计算测得 s_{1z} 和 s_{2r} 均为 $+\hbar/2$ 的概率。

(c) 在题 (b) 中的态下求算符 $\hat{s}_{1z}\hat{s}_{2r}$ 的平均值 $\langle\hat{s}_{1z}\hat{s}_{2r}\rangle$。

4. (30 分) 氢原子中，忽略自旋和核子的运动，电子的哈密顿量为

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{\hbar^2}{ma}\frac{1}{r},$$

其中在球坐标下

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}.$$

电子的定态波函数取为算符 $\hat{H}$、$\hat{l}^2$ 和 $\hat{l}_z$ 的共同本征态 ψ_{nlm}。基态无简并，波函数为

$$\psi_{100}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}}\,e^{-r/a},$$

第一激发态为四重简并，其波函数分别为

$$\psi_{200}(\vec{r}) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi a^3}}\left(1-\frac{r}{2a}\right)e^{-r/(2a)},$$
$$\psi_{210}(\vec{r}) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi a^3}}\frac{r}{2a}\,e^{-r/(2a)}\cos\theta,$$
$$\psi_{211}(\vec{r}) = -\frac{1}{4\sqrt{\pi a^3}}\frac{r}{2a}\,e^{-r/(2a)}\sin\theta\,e^{i\phi},$$
$$\psi_{21-1}(\vec{r}) = \frac{1}{4\sqrt{\pi a^3}}\frac{r}{2a}\,e^{-r/(2a)}\sin\theta\,e^{-i\phi}.$$

设电子处于态 $\psi = \psi_{100}/\sqrt{2} + \psi_{210}/2 + \psi_{211}/2$。

(a) 求出测量电子能量的可能结果及相应的概率。

(b) 求出测量 z 方向角动量的可能结果及相应的概率。

(c) 求出测量 x 方向和 y 方向角动量的可能结果及相应的概率；计算这两个量的不确定度（标准差）σ_{l_x} 和 σ_{l_y} 并验证海森堡不确定关系：

$$\sigma_{l_x}\sigma_{l_y} \geq \frac{1}{2}\left|i\left\langle\left[\hat{l}_x, \hat{l}_y\right]\right\rangle\right|,$$

其中 $\langle\hat{O}\rangle$ 表示算符 $\hat{O}$ 在 ψ 态下的平均值。

(30 分) 接上题，将氢原子置于恒定的沿 z 轴方向的外电场中。外电场带来的变化可以归结为微扰哈密顿量 $H' = Fz$，其中 F 为常数。计算基态和第一激发态能量的一阶微扰修正。

2014年北大量子力学（604）回忆

1. 算符$\hat{F}$、$\hat{G}$ 有一组完备、归一、正交的共同本征态组，证明$\hat{F}$、$\hat{G}$对易。
2. （图：地面上一个质量为m的小球）。$V(z)=mgz$，地面不可穿透。利用$Heisenberg$不确定关系求基态能量E_0和特征长度L，L是z所能到达的范围。说明粒子能否静止在地面处。并用$Bohr-Somerfold$角量子化条件求E_n与n的关系，且当$n\to\infty$时$E_n\sim n^x$（x未知）。
3. 题目给出谐振子的本征函数:ψ_0、ψ_1、ψ_2、...（忘了给出几个了，具体形式给出，但未归一化）

   对于半谐振子:

$$V(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}m\omega^2 & x\geq 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

   (a) 画出半谐振子的基态、第一激发态，并做解释。
   (b) 将基态归一化。
   (c)
   (d) 若在这个势中有两个全同粒子，忽略相互作用。考虑自旋，且自旋单态更稳定，写出基态能量和波函数。
   (e) 若自旋三重态更稳定，其他条件与上一题相同，写出基态能量和波函数。
4. $\hat{H}_0=\frac{a}{\hbar}\hat{L}_z^2+\frac{b}{\hbar}\hat{L}_z$，$\hat{V}=\frac{c}{\sqrt{2}\hbar}\hat{L}_x$，$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{V}$
   (a) 在$\hat{L_z}$的本征态基矢下写出$\hat{H}$的矩阵。
   (b) 求$\hat{H}_0$的本征值。
   (c) 若$|a\pm b|\gg c$，计算$\hat{H}$至二级微扰。
   (d) 若$a=b$，$|a|\gg c$，计算$\hat{H}$至一级微扰。
5. $V(r)=V_0\frac{1}{r}e^{-r/a}$
   (a) 在$Born$近似下求微分散射截面;
   (b) 在低能近似下求总截面，证明$\sigma_t\propto a^n$（n未知）。
6. 自旋

January 12, 2014

年份未知

（下面的题号均不是真实题号，顺序也不一定对，只起分隔作用。）

一、热力学部分

1.叙述 Gibbs 相律，要有各物理量的意义。

2.叙述热三律的实验基础。此题有很多人死菜。一定要答出固体比热在温度趋于零时趋于零。

3.推导复相系在（P?T?V?我记不清了）一定时的平衡条件。此类问题课上专门研究过，应不算困难，但据说大家做得不够准确。

4.有一道推导题，具体内容我全都忘了，只记得最后结果得到一个什么东西随温度上升体积变小，有点像水的反常膨胀。如果大家在考试中得到这个罕见的结果，千万要有足够的自信。

5.最后一道大题是判断三个物态方程在物理上是否有可能实现。其中第三个较为困难，要通过说明等号两边的物理量分别是广延量和强度量，从而说明该方程是错的。

二、统计力学部分

这部分没有热力学那么碎，共有四道大题。

（一）简答题（共六道）

1.叙述 Maxwell 速度分布律的适用条件。此题要答全不易，其中最基本的一点是要在平衡状态下，别看此点十分弱智，我当时就没答出来。

2.刚球模型。大家事先普遍乐观地认为这不是考点，以致很多人在考场上当堂骂街。

（二）林宗涵共考了五道作图题，让我极不适应。

1.二能级系统在负温度情形下的 E-T、S-T、E-S 图。这个问题课上讲过，书上也有，但如果对标准图一点印象没有，自己画还是较困难。主要是因为标准图采用了一种怪异的坐标系。我对此题印象极深，因为当年我勇敢地为此题投入至少半个小时的时间，还是没有完全做对。

2.Einstein 模型和 Debye 模型的 C-T 图。

3.在同一坐标系里画出理想气体、Fermi 气体、Bose 气体的 P-T 图。

（三）用巨正则系综解一个吸附问题。很易，是作业题。

（四）有关二维量子气体的一道题。是为那些上 30 分有一定困难的同志精心设计的。

附 96 级题：不同过任何的计算，定性的画出理想费米、玻色和波尔兹曼气体的内能随温度变化的曲线。

北京大学 1998 年研究生入学试题

考试科目：电动力学　　　　　　　　　考试时间：1998.01.18

招生专业：理论物理，光学　　　　　　研究方向：粒子物理 非线性光学

I 简答题 17 分

1：在无电荷的真空空间内部，电势是否在某点取极值，为什么？

2：用是或不是回答以下问题，答对得 4 分答错倒扣 3 分

在两种介质的界面上发生全反射时，入射波与出射波的能流密度的瞬时值是否相等？

低速运动的带电粒子的加速度为零时，其电偶极辐射是否为零？

３：　写出电子的经典半径的定义式，并给出其值的数量级.

４：　什么是带电粒子的电磁质量？

ＩＩ　１８分　两种各向同性，均匀的介质的介电常数分别是ε_1和ε_2，它们分别充满两个半无限空间，其交界面为一平面，并在介质ε_1中. 距界面的 d 处，有一自由点电荷 q,求：

全空间的电势

q 所受的作用力

iii　若各向同性的介质的介电常数是空间位置的函数，其磁导率与真空的磁导率相等，试导出介质中Ｅ，Ｂ分别满足的波动方程.

iv　１１分　长方形谐振腔，边长分别为 l_1，l_2，l_3，腔壁为理想导体：

求本征频率和电场的本征振动

当$l_1 = l_2 = l_3$时，响应的独立的振动数目有何变化？简述其理由，

v　１５分　位于坐标原点的电偶极子，以频率ｗ振动，振幅是 p_0，电偶极矩位于ｘ轴上：

求辐射场Ｅ，Ｂ并用球坐标的分量表示

求 Poynting 矢量的瞬时与周期平均值

vi　２０分

１：有两根静止长度均为l_0的杆 A_1B_1，　A_2B_2. 现在他们沿杆的方向，以均匀向对方运动. 在某一杆上的观察者测得事件Ａ（既A_1与A_2重合）与事件Ｂ（即B_1与B_2重合）发生的时间间隔为Δｔ;

求两杆的相对速度，

现选一参考系S_1，在该系看来，两杆均以相同的速率运动，有三个观察者，他们分别在A_1B_1，A_2B_2，S_1参考系. 问他们三者观察到的Ａ，Ｂ事件发生的先后顺序各是什么？并说明理由

２：　一半径为Ｒ，密度为ρ的圆柱形质子束，以速度Ｖ沿其轴线方向运动，圆柱的长度可视为无限长，求作用在距轴线ｒ（ r<R ）处的一个质子的力，该枝子束的运动是否稳定？为什么？

北京大学 99 年研究生入学考试试题

考试科目：电动力学　　　　　　　　　　　　考试时间：1999，2，1
招生专业：理论物理　　　　　　　　　　　　研究方向：粒子物理 非线性光学

i　一半径为 R 的不接地的导体球的中心与坐标原点重合，求上总电荷为零，两个电量为 q 的点电荷置于 x 轴上 x=b,x=-c 处(b c>a)，求：

1: 球外空间的电势

2：x=b 处的电荷所受的作用力

ii　两个无限大，相互平行的平面上均有面电流流动，其面电流密度大小均为 K，并且方向相反。求全空间的磁失势 A 和磁感应强度 B.

iii　长和宽分别是 a 和 b 的矩形波导管内电磁波的群速度定义为：

$$v_g = \frac{P}{W}$$

其中 P 为单位时间内通过截面的电磁能量的周期平均值。W 为单位长度波导管内的电磁能量的周期平均值，如管内为真空，对波 TE_{mn}（m,n 均大于零）求 P 和 W 并由此求出 v_g .

iv　电磁场存在时的动量守恒定律可表示为：

$$\vec{f} + \frac{\partial \vec{g}}{\partial t} = -\nabla . \vec{T}$$

其中 g 为电磁场的动量密度，T 为动量流密度张量。由该式导出相应的角动量守恒定律的表示试，并给出角动量流密度张量的表示式。

v　位于坐标原点电偶极矩为 P_0 的电偶极子，以匀角速度 w 绕通过其中心的 z 轴平面转动，

求辐射场 E，B.辐射场能流密度 $\vec{S}$ 的平均值和平均辐射功率。

vi　在惯性系 S 中观测到：两个宇宙飞船 A 和 B 分别在两条平行直线上匀速运动，其速度大小均为 c/2，方向相反，两平行线相距 d，飞船的大小远小于 d，当两飞船相距为 d 时，由飞船以 3c/4 得速度（也是在 S 系中观测到的）沿直线抛出一小球，问：

1：从飞船 A 上的观察者来看，为使小球正好与 B 相遇，小球应沿什么方向抛出？

2：在飞船 A 上的观察者来看，小球的速率是多少？

北京大学1999年研究生入学考试试题

考试科目：统计力学、热力学 考试时间：1999.1.31 下午

招生专业：各专业 研究方向：各研究方向

（20分）对下列四个不同的过程，试逐一说明体系的内能、焓、熵、自由能与吉布斯函数的变化（U，H, S，F，G）是零，是正，还是负（或是不足以确定其正、负）。

理想气体的绝热自由膨胀（初、终态均为平衡态）。

理想气体的可逆等温膨胀。

热辐射的可逆绝热压缩。

一级相变在两相平衡的条件下，从液相转变到气相。

（20分）设有N个近独立的定域粒子组成的体系，粒子只有三个非简并能级，其能量值为

- ，0，

。体系处于平衡态，温度为T。试求：

T=0K时体系的熵；

体系的最大熵；

体系的最小熵；

体系的内能；

若为体系的热容量，问=?

（20分）对于温度为T，体积为V的空窖内的平衡热辐射，证明其总平均光子数和内能分别为

其中A, A’ 为数值常数。并进而求定容热容量Cv和熵S。

四、（20）设有一经典非理想气体，气体分子可近似看成质点，分子之间存在二体相互作用，其互作用势为，为粒子i与粒子j之间的距离，气体处于平衡态，温度为T。

试应用正则系综，导出分子的速度处于v和v+dv内的几率，所得结果说明什么。

（附：）

五、（20分）对处于平衡态的弱简并（即但不是，这里，为化学势）理想玻色气体，设气体分子可近似看成无内部结构的质点，自旋为0。

试计算其物态方程到相对于非简并情形（即）的最低阶修正，并说明所得结果的物理意义。

00 年试题：

1. 试说明国际单位制中电磁场标势、矢势、电场强度、磁感应强度、电位移矢量、磁场强度、能量密度、能流密度的单位。（10 分）
2. 一点电荷 q 和一电偶极子 $\vec{p}$ 相距 d，且 $\vec{p}$ 与二者的连线成 θ 角，试求二者分别受到的作用力，并对结果进行简单讨论。（15 分）
3. 一个半径为 R 的介质球（介电常数为 ε），球表面带有均匀的自由电荷，已知球内外电势分布为：

$$\varphi_1 = a + br\cos\theta \qquad (r<R)$$

$$\varphi_2 = cr\cos\theta + \frac{d}{r} + \frac{e\cos\theta}{r^2} \qquad (r>R)$$

（其中 $a, b, c, d, e,$ 均为常数）

a. 试说明上述表达式中有几个独立参数？分别代表什么物理量？

b. 试求出球表面上的总的面电荷分布。（20 分）

4. 矩形波导管（横截面为 $a\times b$,$a>b$）的 TE_{10} 波沿 z 方向传播，其纵向磁场为

$$B_z = B_0\cos\frac{\pi x}{a}e^{i(k_z z-\varpi t)}$$

试求：a. 电磁场的其它分量；

b. 沿 z 轴方向传播的平均功率；

c. 能量沿 z 轴方向传播的平均速度；

5. 若假设带电粒子的质量完全来自其电磁自能（电磁场场能），若已知带电粒子的静止质量为 m_0，所带电量为 e，且假设电荷为球状均匀分布，试求该粒子的半径。（15 分）
6. 一直线加速器加速质子的能量为 10^9 eV/km。被加速的质子轰击一个由质子组成的静止靶子。试问这个直线加速器的长度必须等于多少，才能使质子—反质子对的反应：$p+p\rightarrow p+p+p+\bar{p}$ 成为可能？已知质子的静止质量为 938 MeV/c^2。（20 分）

试题：

1、 已知某均匀系的内能 （U）作为熵（S）与体积（V）的函数可以表为

$U=CS^{4/3}V^{-1/3}$ （C 为正常函数）

求该体系的压强（P），自由能（F），吉布斯函数（G），C_v 与 C_p 。

2、简要回答下列问题（不必计算）：

（1）固体比热的爱因斯坦理论与德拜理论的区别是什么？哪个理论更符合实验，为什么？

（2）什么条件下微正则、正则与巨正则系统在计算力学量的平均值时是等价的，为什么？

（3）经典能量均分定理的适用条件是什么？试尽你所知举出不满足经典能量均分定理的情形。

（4）若在玻尔兹曼方程中略去碰撞项，问系统的熵是否随时间改变，为什么？

3、对处于平衡态下的理想玻色气体，引入巨配分函数

$$\Xi=\prod_l(1-e^{-\alpha-\beta\varepsilon_l})^{-\omega_l}$$

其中 ε_l 与 ω_l 分别代表粒子的能级与该能级的简并度。

（1）导出总粒子数平均值（$\overline{N}$）,内能（$\overline{E}$），外界作用力的平均值（$\overline{Y_\lambda}$）及熵（S）用 ln Ξ 表达的统计表达式。

（2）在非简并条件（即 e^{α}>>1）下，由上述公式出发，通过将 ln Ξ 作泰勒展开并保持到最低阶的近似，导出 $\overline{N}, \overline{E}, \overline{Y_\lambda}, S$ 用 lnz 的表达式，其中 $z=\sum_l\omega_l e^{-\beta\varepsilon_l}$ 为子系配分函数。

（3）4、设有一单原子分子理想气体，在室温下与一固体吸附面接触达到平衡。被吸附的分子可以在吸附面上作二维运动，其能量为 $\frac{P^2}{2m}-\varepsilon_0$ （ε_0 为正常数）。设气体满足经典极限条件，试利用巨正则系综计算吸附面上被吸附分子的面密度 $\theta\equiv\frac{\overline{N}}{A}$，其中 $\overline{N}$ 为被吸附体分子的平均数，A 为吸附面的面积。

（要求将 θ 用气体的压强和温度表出）

5、设有一电子气处于平衡态，且电子之间的相互作用可以忽略。

（1）证明在任何温度下，在化学势 μ 以上 Δ 处的态上电子占据的几率与 μ 以下 Δ 处的态上电子不占据的几率（或空穴占据的几率）相等。

（2）设该电子气的态密度 $D(\varepsilon)$为

$$D(\varepsilon)=\begin{cases} a\,(\varepsilon-\varepsilon_g)^{1/2} & \varepsilon>\varepsilon_g \\ 0 & 0<\varepsilon<\varepsilon_g \\ a(-\varepsilon)^{1/2} & \varepsilon<0 \end{cases}$$

其中 a 为正常数，ε_g 代表能隙，并设 T＝0 时所有 $\varepsilon<0$ 的态均被电子占据，而能隙以上其它的态全部空着。当 $T>0$ 时，由于热激发，部分电子将从 $\varepsilon<0$ 的态转移到 $\varepsilon>\varepsilon_g$ 的态去。显然，$T>0$ 时 $\varepsilon>\varepsilon_g$ 的态上占据的电子总数与 $\varepsilon<0$ 的空态总数相等。试利用这一性质，证明 $T>0$ 时该电子气的化学势为 $\mu=\varepsilon_g/2$ 。

注：以上 5 题每题 20 分

启用前机密　北京大学2001年硕士研究生入学考试试题

考试科目：电动力学　　　　考试时间：1月15日上午
招生专业：理论物理　光学　　研究方向：粒子物理及量子规范理论
非线性光学及光谱学等

---

1. 试把线偏振平面波 $\mathbf{E}=\mathbf{E}_0 e^{i(kz-\omega t)}$ 表示为两个圆偏振平面波的叠加。

2. 有一个旋转椭球状的均匀带电体，试证明其电四极矩能有形式

$$\mathbf{D}=\begin{pmatrix} -c & 0 & 0 \\ 0 & -c & 0 \\ 0 & 0 & 2c \end{pmatrix}$$

3. 有一无限长的圆形螺旋管，导线上有电流。试利用对称性证明，管内的磁感应强度B沿管轴方向，并处处相等。

4. 在无限大理想导体面前方，距离R处，有一单频振荡偶极子 $\mathbf{P}=\mathbf{P}_0 e^{-i\omega t}$，$\mathbf{P}$ 的方向与导体面平行。试求出在远离它的地方的电场和磁感应场。

5. 有一带电粒子沿S系的x轴方向作匀速运动，速率为v. 试先从随粒子运动的参考系里求出它的电磁标势和矢势。然后用洛仑兹变换转求它在原来的S系中的标势和矢势。

注：以上5题每题20分共100分

启用前机密　**北京大学2001年硕士研究生入学考试试题**

考试科目：统计物理和热力学　考试时间：1月15日上午

招生专业：理论物理　研究方向：凝聚态理论

---

1. （20 分）考虑一个盐的水溶液并假设它是理想溶液，即该溶液的溶剂(水)和溶质(NaCl)在溶液中的化学势可以表达成：$\mu_i(T,P)=g_i(T,P)+RT\ln x_i$，其中 $i=1$ 代表溶剂，$i=2$ 代表溶质，$x_2=x$ 为盐的相对浓度而 $x_1=1-x$ 为水的相对浓度，$g_1(T,P)$ 为纯水在相应温度和压强下的化学势。现在考虑盐的水溶液与固态纯水（就是纯冰）达成平衡，回答下列问题：

(a) 试利用吉布斯相律说明该体系有多少个自由度。

(b) 如果用 $\mu'(T,P)$ 代表纯冰在温度为 T, 压强为 P 时的化学势，写出盐的水溶液与纯冰达成平衡的条件。

(c) 若在固定压强下改变盐溶液中盐的浓度 x ，试计算平衡温度（也就是与盐溶液达成平衡的冰的熔点）将如何变化？是升高还是降低？

2.（20 分）平衡热辐射是由光子组成的理想玻色气体，试计算其 $\ln\Xi$（Ξ 为巨配分函数）,并进而计算内能, 压强, 熵, 和自由能.

3. (20 分)假设无外力场作用，且分布函数与 r 无关， 即 $f=f(v,t)$， 这时玻耳兹曼的 H 函数定义为

$$H=\int f(v,t)\ln f(v,t)dv$$

试根据玻耳兹曼积分微分方程，证明 H 定理, 并说明 H 定理的物理意义。

4. 考虑一理想费米气体，设其分子可近似看成质点，自旋为 1/2 ，气体处于平衡态。试计算在弱简并条件下（即 $e^{\alpha}>1$ 但不是 $e^{\alpha}>>1$，这里 $\alpha=-\mu/kT$ ，μ 为化学势）该理想费米气体的化学势，计算到相对于非简并情形（即 $e^{\alpha}>>1$）的最低阶修正。

5. (20 分)设有一理想电子气体，总电子数为 N ，体积为 V 。设电子的能级由两部分组成：

(1) $\varepsilon = -E_d$（$E_d > 0$）的束缚能级，其简并度正好是 N （已包含自旋简并）；

(2) $\varepsilon \geqslant 0$ 的准连续能级，$\varepsilon = p^2/2m$ 。

试求：

(a) 准连续能级的态密度 $D(\varepsilon)$ 。

(b) 按题设，$T=0$ 时全部电子占满束缚能级的 N 个量子态。当 $T \neq 0$ 但温度仍足够低时，只有小部分电子从束缚态热激发到 $\varepsilon \geqslant 0$ 的准连续态， 即有 $\overline{N}_c << N$（$\overline{N}_c$ 为准连续能级上的平均电子占据数），故可设准连续能级上的那部分电子近似满足非简并条件。试计算在此低温下的 $\overline{N}_c$ ，以及束缚能级上的平均电子占据数 $\overline{N}_b$ 。

(c) 在与（b）相同的条件下，求该电子气体的化学势 μ（用温度及总电子数密度 $n \equiv N/V$ 表达）。

附: $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$

$$\int_0^\infty e^{-lx} x^{1/2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} l^{-3/2}$$

北京大学 2004 年研究生入学试题

考试科目：电动力学　　　招生专业：理论物理，光学

一：简答

（1）　写出真空中的麦克斯韦方程组。

（2）　写出能量密度和能流密度的表示式，若真空中有一电场与一磁场相互垂直，则能流方向沿垂直电场和磁场的方向，真能有这样的能流吗？为什么？

（3）　两种均匀介质，各向同性，写出的 **E,H,D,B** 边值关系。

（4）　静电像法的理论依据是什么？

（5）　简述一个局域在原点附近的任意电荷分布在无穷远处的静电场的行为。

（6）　简述一个局域在原点附近的小段电流分布在无穷远处的静磁场的行为。

（7）　真空中一个光子可能分成一对正负电子吗？

（8）　按照经典电动力学，为什么说原子的有核模型是不稳定的？

（9）　写出开口为正方形的波导管的截止频率。

（10）　有两件事，在参考系 K 看来同时不同地发生，在相对于参考系 K 以速度 v 运动的参考系中是同时发生的吗？

（11）　电磁波的频率是多少时能穿透一般的金属（如碱金属）。

（12）　电偶极辐射功率角分布是怎样的？

（13）　极端相对论粒子辐射角分布有什么特点？

（14）　空气分子散射太阳光，说明天空为什么是蓝色的？

（15）　什么是辐射阻尼？

二 导体球球心在坐标原点，半径为 a。在距离球心 R 处有一电偶极子 **P**，且与轴成 θ 角。

1）　用镜像法求出任一点的电势。

2）　导体球与电偶极子的相互作用能。

三：真空中有一电荷 q 相对参考系 k' 静止，参考系 k' 相对于 k 以速度 v 沿 x 轴运动，设初始时刻电荷 q 在原点，且两参考系原点重合。在 k 系中有一探测器在 p 点(0,b.0),探测粒子的电磁场。

（1）　写出时空洛仑兹变换

（2）　在 k' 参考系中，写出时刻时处的电磁场各个分量

（3）　利用电磁场洛仑兹变换和（2）中的结果，写出参考系 k 中电磁场各个分量，利用（1）中的结果，用 k 细的时空坐标来表示。

（4）　在 k 系中看来，一个运动点电荷产生的电场在任意时刻仍然是纵向的吗?他是各向同性的吗？

（5）　证明在 k 系看来，该点电荷产生的磁场在非相对论极限情况下与 Brot-Savart 定律一致。

四：一点电荷 q 在 x-y 平面内以角速度 w 绕 z 轴转动，半径是 a。

（1）　如果将其等效为旋转偶极子，写出其频率角分布。

（2）　对立体角分布，给出总辐射功率。

（3）　什么时候仅电偶极矩是较好的近似？

（4）　设粒子运动时非相对论的即 wa/c<<1，利用非相对论性带电粒子辐射的拉莫公式求电偶极辐射功率。与（1）中结果是否一致。

（5）　现在考虑粒子的运动的极端相对性时 wa/c=1，电偶极子辐射功率是怎样的？与（1）结果是否一致？

北京大学 2005 研究生入学考试试题

考试科目：电动力学　　　　　　　　　　　　招生专业：理论物理　光学

一：

（1）　一个电荷系统的总电量为零，那么他的电四极矩是否会因为参考点的选择而不同？

（2）　写出电势在边界上满足的条件。

（3）　写出在均匀的，各向同性的介质中的麦克斯韦方程组。

（4）　在介质街面上发生全反射的电磁波的反射波与入射波能流的瞬时值是否相等？

（5）　若一个带电粒子的加速度是零，那么它所产生的辐射电磁场是否为零？

（6）　什么是质量亏损？

（7）　什么是辐射阻尼力？

（8）　什么是微分散射截面？

二：

(1)　从麦克斯韦方程组处推导磁化强度为 **M** 的永久磁铁中 **H** 的所满足的微分方程。

(2)　应该怎样定义体磁荷密度？它和麦氏方程组中的相应微分方程有何联系？

(3)　推导出面磁荷密度和两侧磁化强度所满足的关系。

三：若一列电磁波的 **E** 和入射面垂直，推倒出它的反射 $\vec{H}'$，折射 $\vec{H}''$ 和入射 $\vec{H}$ 的关系。

四：一个质量 M 为的激发原子，对所选定的坐标系静止。它在跃迁到能量比他低的 ΔE 基态时发射一个光子（能量 $\hbar w$、动量 $\hbar k$），同时受光子反冲。因此光子频率 γ' 不能正好是 ΔE/h，而是要略小一些。求这个频率。

五：在一个截面 a 为的无限小导线上有电子离子，它们的电荷密度大小都是 ρ。电子以速度 u 运动，而离子静止。有一个 S 系以速度 v 相对于导线运动。

（1）　求出 S 系中 ρ_+, ρ_- 和 J_+, J_-。

（2）　在 S 系中电子和离子所产生的 $\vec{E}_+, \vec{E}_-, \vec{B}_+, \vec{B}_-$。

六：有一列频率为 w 的电磁波 **E** 入射到一个原子上（已知原子的极化强度和电场那个的关系 **P**=α**E**）产生辐射。求原子产生的辐射场和能流分布、总辐射功率、总散射截面和微分散射截面。

北京大学 2006 研究生入学考试试题

考试科目：电动力学　　　　　　　　招生专业：理论物理 光学

一：

（1）　什么是规范变换？规范不变性？

（2）　静磁问题存在磁标势的条件是什么？

（3）　群速度在什么情况下可近似作为波包的传播速度？

（4）　在讨论良导体中的麦克斯韦方程组时，为什么可假设电荷密度为零？

（5）　辐射场的分级展开时的条件是什么？

（6）　散射截面的定义是什么?微分散射截面呢？

（7）　电子的经典半径是多大？通过什么得出的？

（8）　在相对论条件下，不同的参考系中两个事件的时间顺序何时不可以颠倒，何时可以？

（9）　经典电动力学的适用条件是什么？

（10）　飞船再入大气层时，有一黑障区，即无线电波会中断，不用介电常数的谐振子模型，简要讨论其中的原因。

二　见郭硕鸿书 181 页第 14 题。

三：在介电常数为ε的均匀介质中，挖出一半径 R 为的球形空腔，球心处放置一电偶极子 **P**，求：

1，空间的电势分布　　2，　球壁上的电荷密度

四：郭硕鸿书 180 页第 6 题

五：一个光子打在粒子 A（静止质量$m_A \neq 0$）上，产生正、反电子对，A 仍在末态中，γ+A----$e^+ + e^-$，在 A 静止系中，为使整个过程发生，入射光子的最低频率是多少？在质心系中，入射光子的最低频率是多少？如果，该反应能发生吗？

北京大学 2007 年研究生入学试题

考试科目：电动力学　　　　　招生专业：理论物理　光学

1：（a）什么是极化矢量 **P**，写出定义式。

（b）什么是磁化矢量 **M**，写出定义式。

(c) 证明只要均匀介质内没有自由电荷，其中必没有极化电荷.

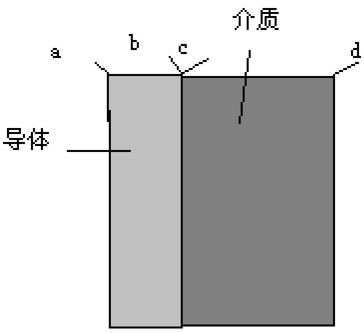
2: 如图，导体板充电为 Q_0

求：(1) σ_a，σ_b，σ_c，σ_d。

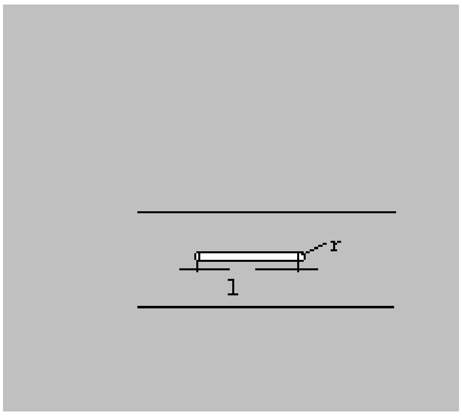
(2) 介质内电场强度，电位移矢量和极化强度。

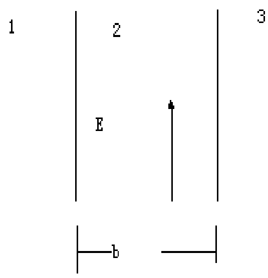
3: 如图挖去半径为 r，长为 l 的圆柱空穴（l>>r），相对 μ >1；

四：如图，μ_{r1}　μ_{r2}　μ_{r3} 是各处的相对磁导率，2 中有电场强度，如图示. 求空间任意一点磁感应强度 **B**



第二题





第三题　　　　　　　　　　第四题

五：郭书上例题，是导体球与一点电荷最简单的电像法解法.

六：证明透入到金属内的电磁波全部转化为焦耳热。

七：电偶极子 $\vec{P} = P_0 \cos wt\vec{e}_x + P_0 \sin wt\vec{e}_y$，**求在**空间的能流分布。

八：同 06 年第二题。

九：以速率 βc 运动的正电子与一静止电子碰撞而湮灭，产生一对光子对的能量较高的光子可能具有的最大的能量。（$m_e c^2$ 表示静电子质量）

09 经典物理

共十四道小问和四道大题。

小问：

1.写出以 T、V 为自变量的热力学基本方程及与其相应的麦氏关系。

2.朗道二级相变理论的基本假设有哪些?

3.什么是连续相变?它有什么特点?

4.写出玻尔兹曼微分积分方程的弛豫时间近似，并指明各项的意义。

5.写出吉布斯相律。

6.什么是经典极限条件。

7.什么是等概率原理。

8.什么条件下可引入磁标势?

9.宇宙飞船进入大气层后会出现电磁波信号的“黑区”，请用电介质介电常数的谐振子理论解释之。

10.写出静电场的唯一性定理。

11.写出电介质中的麦克斯韦方程组。

12.写出电磁场的规范变换。

13.写出矢势的推迟势公式。

14.什么是经典电动力学的局限性。

大题：

1.电子处于 x-y 系的(0,a)处，x'-y'系以速度 v 相对于 x-y 系沿 x 轴正向运动，求在 x'-y'系中观察到的电磁场，并用 x'-y'系中的 x',y',t'表示。(题目中给出了 B、E 的变换公式，可用此公式计算)

2.平面电磁波 E=E0・e1・exp(ikx-ωt)(E0 是整幅，e1 是某方向的基矢，kx 是矢量点乘)射在一个自由电子上，电子吸收该电磁波，并辐射出去.①忽略辐射阻尼力，写出电子的运动方程。②入射波的偏振方向为 e1，出射波的偏振方向为 e2,设 e1 与 e2 的夹角为<e1,e2>,求电子对该电磁波的微分散射截面，并对<e1,e2>求平均。

3.一个 Fermi 子系统，其中粒子的磁矩在外磁场中能量为μB、-μB.求：①分别求出粒子磁矩取向与磁场方向相同和相反的粒子数 N+和 N-②该系统的 Fermi 能级③求系统的磁矩，保留 B 的一阶，并证明该近视下磁导率与 B 无关。④求系统的磁矩，保留至 B 的二阶，并求出磁导率。

4.有一个二维吸附面，若粒子吸附在其上，则能量由零变为-ε，同时可以做二维运动(即总能量为ε与二维运动的能量之和)。设总粒子数为 N0，吸附在其上的为 N，求温度为 T 时，吸附面上粒子的面密度。

2010北大理论物理考研回忆

经典物理

一、简答题（80分）

1．写出真空中的Maxwell方程组；

2．写出两种均匀线性介质界面上的E、B、H、D的关系；

3．写出任意形状的电荷分布在远处的电势；

4．写出截面为正方形边长为a的波导的截止频率；

5．写出电偶极辐射的功率的角分布，并说明辐射功率与电磁波频率的关系；

6．简要说明什么是切伦科夫辐射；

7．简要说明为什么从经典电动力学，原子核式模型不能稳定存在；

8．热力学第零、第一、第二定律分别确立了什么态函数；

9．说明在PVT系统，Gibbs自由能是以T、p为独立变量的函数；

10．写出一级相变的克拉珀龙方程，并说明各项的意义；

11．写出化学平衡条件；

12．写出玻色分布、费米分布，并说明它们过渡到玻尔兹曼分布的条件；

13．简要说明非相对论情形理想玻色气体的玻色－爱因斯坦凝聚；

14．简要说明为什么金属固体中电子对热容量的贡献可以忽略不计；

15．写出玻尔兹曼驰豫时间近似方程，并说明各项的意义；

16.（忘了）

二、1．说明在没有自由电流分布的区域可以引入磁标势 Φ_m，满足 $\vec{H}=-\nabla\Phi_m$；

2．由 $\nabla\cdot\vec{B}=0$，$\vec{B}=\mu_0(\vec{H}+\vec{M})$，写出 Φ_m 应满足的方程；

3．由上面的结论写出 ρ_m 的表达式，并写出介质和真空分界面上 σ_m 的表达式（设 $\vec{n}$ 为由介质指向真空的分界面法向矢量)；

4．一个均匀磁化的介质球，$\vec{M}=M_0\vec{e_z}$，求空间中的磁标势 Φ_m；

5．在上题情形，求空间中的 $\vec{H}$ 和 $\vec{B}$。

三、一带电Q的粒子相对于参考系K沿其x轴作匀速运动，K’系相对Q静止，两系原点及坐标轴重合时，时钟对准为t＝t’＝0，K系中有一点P(0,b,0)。

1．求K系到K’系的点P坐标的洛伦兹变换；

2．求K’系中t’时刻，点P处的电磁场；

3．$\overrightarrow{E'_{\parallel}}=\overrightarrow{E_{\parallel}}$，$\overrightarrow{B'_{\parallel}}=\overrightarrow{B_{\parallel}}$，$\overrightarrow{E'_{\perp}}=\gamma(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})_\perp$，$\overrightarrow{B'_{\perp}}=\gamma(\vec{B}-\frac{\vec{v}}{c^2}\times\vec{E})_\perp$，由此变换求在K系中P点处的电磁场；

4．求K系中P点处的玻印廷矢量 $\vec{S}$；

5．求从t＝－∞到t＝+∞，流过P点处单位面积的总能量（分别考虑面积元法线沿x轴和y轴)。

四、（15分）二维系统中的元激发可视为理想玻色气体，元激发子 $\varepsilon=\hbar\omega=cp$，$p=\hbar k$。

1．求dω区间的态密度 $g(\omega)d\omega$；

2．元激发子数不守恒，化学势为 0，求内能；

3．求低温下热容量随温度变化的关系。

五、（20 分）Ising 模型，三维格点晶体，H＝－J$\sum_{<i,j>}\sigma_i\sigma_j$，<i，j>代表仅对邻近格点求和，$\sigma_i$=±1，序参量 m＝<$\sigma_i$>为系综平均值，设各 σ_i 统计独立。

σ_i 取值+1 几率为 P_+，σ_i 取值－1 几率为 P_-。

1. 将 P_+ 和 P_- 用序参量 m 表达出来；
2. 设有 N 个格点，σ_i=+1 的格点数为 N_+，σ_i=－1 的格点数为 N_-，S＝k_B・lnΩ，利用 ln n!=n ln n-n 求出 S，并将其用序参量 m 表达出来；
3. U＝<H>，各 σ_i 取值统计独立，<$\sigma_i\sigma_j$>=<σ_i><σ_j>=m^2，将内能用序参量 m 表达出来；
4. F＝U－TS，将 F 用序参量 m 表达出来；
5. 用朗道序参量理论说明此问题。

2011年经典物理部分回忆试题

1、写出混合气体物态方程

2、自由电子气费米面费米能费米动量

3、玻尔兹曼方程和弛豫时间近似

4、什么是规范变换，什么是规范不变性

5、解释黑障区原理

6、经典电动力学局限性

7、磁标势引入的条件

8、波包群速度

9、布朗运动位移与时间关系

大题 1、电场 E，轴向沿电场方向的无限长圆柱导体/介质，给定边界电势，用二维极坐标求全空间电势

2、带电粒子匀速运动，求静止坐标系和随粒子运动坐标系电场磁场，电场是否各向同性，电势是否各向同性

3、一堆正负电子，粒子数差守恒，求化学势等，用巨正则

4、汪志诚《热力学统计物理》微正则那一节附录里的全部证明

复试

1、i 的 i 分之一次方等于多少

2、Maxwell 方程四维形式，波动方程四维形式

3、朗道相变的自由能

4、实验观察到三电子自旋同方向，不考虑空间波函数，问这表示了什么

5、相变稳定条件

6、两电子自旋体系。

12经典物理【电动+热统】

一、选择题 16道题，每题5分，共80分

大多都是常识题，出得很幽默，十分钟就能做完：

1.统一了电磁场运动的著名方程，叫做（）

A. Gibbs 方程 B. XX 方程 C. XXX 方程 D. Maxwell 方程

2.有一组由状态函数的微分导出的重要关系，叫做（）

A. Boltzmann 关系 B.XX 关系 C. XXX 关系 D. Maxwell 关系

3.非平衡态分布函数所遵从的方程叫（）

A. 波尔兹曼积分微分方程 B. XXX C. XXXX D.XXXX

4.解静电边值问题的依据是（）

A. 唯一性定理 B. XXX C. XXX D. XXX

5.各向同性介质中，两介质界面电磁场满足（）

A. E、D 沿界面法向，H、B 沿界面切线 B. XXX C. XXX D. XXX

6.那个给出黑体热辐射能流通量与温度的四次方成正比的著名定律叫做（）

A.普朗克公式 B. 维恩位移定律 C. 斯忒藩-波尔兹曼定律 D. XXX

7.正方形波导管不能传播的波是（）

A. TE 波 B. TM 波 C. TEM 波 D. 都不能

8.电偶极辐射与频率的几次方成正比？

A. 一次 B. 二次 C. 三次 D. 四次

9.下面有关狭义相对论的论述正确的是

A. XXX

B. XXX

C. 类时间隔中因果律成立 （原话记不得了，但是跟这个是同一个意思）

D. 类空间隔中因果律成立

10.以何种运动方式的粒子会对外产生辐射（）

A.匀速运动 B. 加速运动 C. XXX D. XXX

11.热力学第零、第一、第二定律分别确定（）

A. 温度、内能、熵   B.   XXX   C.   XXX   D. XXX

12.低温下氢分子的热容与能均分定理所得的结果不一致，这是由于（）的影响

A.分子平动 B. 分子转动 C.   分子振动   D.电子的运动

剩下的4题想不起来了，可能是以下几个，反正都是一看到名称就能选的那种:

李纳--维谢儿势

克拉伯龙方程

玻色-爱因斯坦凝聚

朗道连续相变理论

二、大题（两道电动+两道热统）   热统很难

1.轴沿 Z 向的均匀磁化圆柱，磁化强度为常量，指向 X 方向。求柱内外各点的磁标势，H，B。（20分）

(1)请说明为何能够引入磁标势，并说明其可以化为二维问题求解；

(2)写出磁标势的一般解，并根据边界条件，求出磁标势；

(3)求出 H 和 B

2.Z 轴上分布有均匀电荷，线密度已知。电荷以速度 v 相对 S 系向 Z 轴正向运动。（15分）

(1)在随电荷一起运动的 S’系中，求出空间各点的 E,B.

(2)（E,B 的变换关系已给出）求 S 系中，空间各点的 E,B.

(3)分别在 S 和 S`系中，在某点放置一磁针，它会不会偏转？造成这种差别的原因是什么？

3.已知正负电子湮灭生成光子：e(-)+e(+)=2v （15分） **【林宗涵书上的课后习题有类似的题目】**

(1)反应平衡时，三者的化学势有怎样的关系？光子化学势为零，正负电子的化学势又有怎样的关系？

(2)已知正负电子数相等，求二者的化学势。

(3)求正负电子和光子对体系热容的贡献。

4.长为 L 的一维空间中，分布有 N 个刚性“分子”，每个分子长为 a(就是一个长为 a 的线段)。分子不可交换，从左到右依次编为1,2,...,N。$L>>Na$。相邻分子间有相互作用势 $U(|x1-x2|)$，当$|x1-x2|>a$ 时 $U=0$;当$|x1-x2|<a$ 时 $U->$正无穷。$x1,x2$分别是相邻两分子的左端点的坐标。（20分）

(1)(第二维里系数 $B2$的计算公式已给出)，求 $B2$.

(2)严格地计算位形积分 Qn(Qn 的积分形式已给出)。据此求出状态方程，验证(1)的结论。

(3)(配分函数已给出)求体系的熵，证明它是一个广延量。

2014年北大经典物理（805）回忆

1. 简答题
   (a) 写出真空中的$Maxwell$方程组，并由此推导电荷守恒定律。
   (b) 电磁场的线性叠加原理是由于麦氏方程组的什么性质？
   (c) 某参考系Σ中的电场$\vec{E}$和磁场$\vec{B}$互相垂直，是否有某个参考系中只存在电场或只存在磁场？证明之。
   (d) 在什么条件下某个参考系中发生的两个事件在另一个参考系中先后顺序会改变。
   (e)
   (f) 写出热力学基本微分方程和麦氏关系。
   (g) 写出$Boltzmann$方程并说明各项的意义。
   (h) 写出PVT系统下微正则系综、正则系综、巨正则系综的条件和配分函数。
   (i)
   (j)
2. 带电粒子在电磁场中的运动、辐射，还有计算散射截面等。
3. 半径为a的球形体磁体。
   (a) 引入磁标势Φ_m,$\vec{H} = -\bigtriangledown \Phi_m$的条件;
   (b) 写出边界条件;
   (c) 铁磁体均匀磁化，计算球内外的磁标势。
   (d) 计算球内外的$\vec{B}$、$\vec{H}$
4.
5.

January 12, 2014

北京大学2015年经典物理(805)考研试题（回忆）

by pam_phy

电子邮件：pam.phys.th@gmail.com

2015,2,17

1 簡答题

1. 写出以T,V为自变量的热力学基本微分方程和相应的麦氏关系.
2. 为什么常温下电子对金属热容几乎无贡献?
3. 写出热动平衡条件：热平衡条件，力学平衡条件，相平衡条件.
4. 写出平衡的稳定条件.
5. 写出Fermi分布和Bose分布，它们在什么情况下回到Boltzmann分布?
6. 说明Bose-Einstein凝聚.
7. 什么是吉布斯佯谬?
8. 写出真空中（有源）的Maxwell方程.
9. 点电荷产生的电场变换到另一个参考系中，是否有磁场？电场是不是均匀各向同性的?
10. 写出电磁场的相对论变换.
11. 写出偶极辐射的功率的角分佈，以及总功率与辐射频率的关系.
12. 两个不同参考系中，什么情况下两个事件的先后顺序会颠倒?
13. 格林函数法的根据是什么原理?
14. 为什么在经典电动力学中原子模型是不能稳定存在的?

2

对于电磁场$\vec{E}(\vec{x},t)$，$\vec{B}(\vec{x},t)$.

1. 如何引入矢势$\vec{A}$，标势ϕ?
2. 写出规范变换，证明规范不变性.
3. 用写出另外 2 个Maxwell方程.
4. 在库仑规范$\Delta\cdot\vec{A}=0$下写出Maxwell方程.
5. 在库仑规范下写出ϕ满足的方程，以及给定电荷分布的的解的积分形式.
6. 在库仑规范下写出$\vec{A}$满足的方程.
7. ϕ和$\vec{A}$的方程不一致，是否与狭义相对论矛盾？为什么?

3

简谐振动的振动频率为ω_0，阻尼系数为γ_0，记作(ω_0，γ_0)．介质中的电子在原子核外作微弱的简谐振动，固有频率为ω_0，有n个电子，外电场频率为ω：$\vec{E}\propto e^{-i\omega t}$.

1. 写出简谐振子的阻尼振动方程（电子的牛顿运动方程）.
2. ?

3．求电子简谐振动的电偶极矩$\vec{p}$．

4．求介质极化强度$\vec{p}$和色散关系$\varepsilon(\omega)$．

5．ω_0改为有f_j个电子的固有频率为ω_j，且$\Sigma_j f_j = n$．求$\varepsilon(\omega)$．

4 （这题是凑出来的，大概？）

$M(\vec{r}\,)$是？，$m(\vec{r}\,)$是序参量，满足

$$F[m] = \int \mathrm{d}^3 r \int \left[f_0 + \frac{a}{2} m^2 + b(\nabla m)\cdot(\nabla m) + \frac{c}{4} m^4 \right]$$

T_c附近$a = a_0(T_c - T)$，$b > 0$，$c > 0$．稳定（F极小）时m均匀，且$\langle m(\vec{r}\,)\rangle = m_0$．

1．求m_0的表达式（用a和c表示），证明：$T > T_c$时无对称性破缺；$T < T_c$时产生对称性破缺．

2．记$m(\vec{r}\,) = m_0 + \sigma(\vec{r}\,)$，写出$\sigma(\vec{r}\,)$关于的二级近似．

3．求$\langle\sigma(\vec{r}\,)\rangle$．

4．$C(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle\sigma(\vec{r}_1)\sigma(\vec{r}_2)\rangle$是$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$的函数，求$C$．

5．$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$为大范围时，关联函数的性质．

5

一根导线中的电子在微弱电场中的速度分布为$f(v)$，无电场时速度分布为：

$$f_0 = \left[\mathrm{e}^{-s_{1(s_2 - \mu)v_2}} + 1 \right]^{-1}.$$

1．写出时间弛豫近似下的Boltzmann方程．

2．证明无电场时的电流密度为 0 ．

3．假设有电场时的速度分布可写成$f = f_0 + f^{(1)}$，求$f^{(1)}$的近似解．

4．由$f^{(1)}$求电场密度．